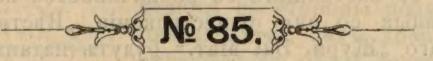
Въстникъ

OHBITHOЙ ФИЗИКИ

U

ЭЛЕМЕНТАРНОЙ МАТЕМАТИКИ.



VIII Cen.

15 Января 1890 г.

No 1.

ОТЪ РЕДАКЦІИ.

"Въстникъ Оп. Физики и Эл. Математики" въ текущемъ 1890 году (VIII-ой и IX-ый семестры) будетъ издаваться на прежнихъ условіяхъ подписки, по 12-и номеровъ въ полугодіе.

Послъ окончанія статьи: "О жидкомъ и газообразномъ состояніи тълъ", въ журналь впредь не будутъ помъщаемы излишне длинныя статьи спеціальнаго характера *). Просимъ нашихъ сотрудниковъ при-

нять это къ свёдёнію.

Въ журналъ будутъ помъщаемы въ возможно полномъ видъ протоколы засъданій сльдующихъ обществъ С.-Петербургскаго при Педагогическомъ Музев Собранія преподавателей физики и космографіи и—отдъльно—такого же Собранія преподавателей математики, Одесской секціи Общ. Естеств. по вопросамъ элем. математики и физики, Казанской физико-математической секціи и вновь основаннаго Кіевскаго Физико-Математическаго Общества. Въ номерахъ текущаго семестра будетъ отведено также достаточно мъста для ознакомленія читателей съ результатами только что закрывшагося VIII-го съъзда русскихъ естествоиспытателей и врачей.

Отдъль рецензій и библіографических указаній редакція постарается постепенно расширить. Въ виду этого, компетентные сотрудники еще разъ приглашаются войти съ редакціей въ соглашеніе относительно гонорара **). Въ случав возникновенія полемики редакція оставляеть за собою право прекращать таковую на страницахъ журнала по своему

усмотрвнію.

Въ отдълъ задачъ будетъ отдано предпочтение задачамъ интереснымъ (хотя бы и заимствованнымъ) и доступнымъ для учениковъ, при чемъ

**) При присыдкъ въ редакцію рецензіп необходимо придагать и рецензируемую книгу, которая потомъ можеть быть отослана обратно. Анонимныя рецензіп не принимаются.

^{*)} Статьи, превышающій по разм'врамъ 3 печ. листа, отнынів могуть быть издаваемы редакціей только въ видів отдільныхъ платныхъ приложеній. Въ видів такого приложенія будеть, паприміврь, выпущень въ непродолжительномъ времени "Краткій историческій очеркъ развитія ученія объ электричествів", составленный по Нетоличку и другимъ источникамъ.

рубрика "упражненій" (безъ ръшеній) будетъ, по возможности, расширена въ №№, выпускаемыхъ зимою и осенью. "Ръшенія" (по прежнему съ подписями ихъ авторовъ) новыхъ задачъ будутъ помъщаемы не позже, какъ по истеченіи трехъ мъсяцевъ со дня разсылки №, въ которомъ онъ предложены. Задачи мало доступныя ученикамъ будутъ отмъчены звъздочкой. Задачи изъ области физики, механики и пр.—не исключаются. Нумерація задачъ съ настоящаго № 85 начинается новая. Прежнія 560 задачъ, предложенныя со дня существованія "Въстника" и около 150 задачъ изъ бывшаго "Журн. Эл. Мат." будутъ изданы въ видъ отдъльнаго сборника.

Просимъ еще нашихъ сотрудниковъ принять къ свъдънію, что отнынъ на страницахъ "Въстника" будетъ допущена къ употребленію

только одна метрическая система мъръ и въсовъ.

За исключеніемъ послъдняго, всѣ вышеприведенные пункты преобразованія "Въстника" примънительно къ большинству его читателей, являются результатомъ отвѣтовъ, поступившихъ въ редакцію какъ изъ провинціи, такъ и во время VIII-го съѣзда въ столицѣ, на предложенные нами въ № 81 открытые вопросы. Вѣря въ цѣлесообразность такихъ преобразованій, приносимъ живѣйшую благодарность лицамъ, откликнувшимся на наше предложеніе, и просимъ всѣхъ читателей и впреды помнить, что девизомъ редакціи нашего "Вѣстника" всегда остается—концентрація дружныхъ усилій, направленныхъ къ поднятію въ подрастающемъ поколѣніи любви къ знанію и благородному труду.

Э. К. Шпачинскій.

взаимныя точки треугольника.

"Отвътъ на тему, предложенную въ Въстн. Оп. Физ. и Эл. Мат." № 52, стр. 86 *).

Въ элементарной геометріи разсматриваются нѣкоторыя точки въ плоскости треугольника, обладающія извѣстными свойствами, напр. центры вписанныхъ и описанныхъ круговъ, центръ тяжести треугольника (т. е. точка пересѣченія его медіанъ) и т. п. Кромѣ этихъ, характеризующихъ тѣ или другія свойства треугольника, можно представить себѣ рядъ другихъ точекъ, связанныхъ съ треугольникомъ какими-нибудь опредѣлёнными геометрическими соотношеніями; нѣкоторыя изъ такихъ точекъ обладаютъ весьма любопытными свойствами, къ числу ихъ принадлежатъ и, такъ называемыя, взаимныя мочки треугольника. Происхожденіе ихъ слъдующее **): возьмемъ въ плоскости какого-угодно треугольника АВС

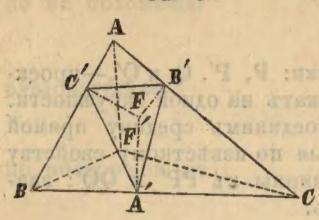
THE ARMADALTO ALER OF OLUTOR ROLLS

^{*)} На ту-же тему получены еще вполнъ удовлетворительные отвъты отъ гг.: Ефремова, Соллертинскаго, Шатуновскаго, Свъшникова, Кричевскаго и учешка Могил. гимн. Эйлера. Не имъя возможности печатать всъхъ, мы помъстимъ однакожъ нъсколько позднъе отвътъ г. Ефремова, независимо отъ имиъ помъщаемаго отвъта г. Грузинцева.

Прим. ред.

^{**)} Ниже будеть данъ другой способъ ихъ полученія.

Фиг. 1.



(фиг. 1) некоторую точку F и опустимъ изъ нея на стороны треугольника перпендикуляры FA', FB' и FC'; соединяя точки A', B', C' прямыми, получимъ новый треугольникъ A'B'C'; затемъ изъ вершинъ даннаго треугольника опустимъ перпендикуляры на стороны полученнаго; эти перпендикуляры, какъ докажемъ ниже, пересъкаются въ одной точкъ F'. Точки F и F' называются взаимными точками треугольника ABC и обладаютъ многими интерес-

ными свойствами. Для вывода этихъ свойствъ докажемъ нъкоторыя предварительныя теоремы.

Теорема 1. Если прямыя OS и OS' (фиг. 2) равнонаклонны *) къ фиг. 2. сторонамъ угла ХОУ и если изъ произвольныхъ на нихъ точекъ F и F' опустимъ перпендикуляры на стороны угла, то

$$FP.F'P'=FQ.F'Q'.$$

Доказательство. Треугольники OPF и OQ'F' подобны, слъдовательно:

$$\frac{\mathrm{FP}}{\mathrm{OF}} = \frac{\mathrm{F'Q'}}{\mathrm{OF'}};$$

треугольники OQF и OP'F' тоже подобны, следовательно:

$$\frac{F'P'}{OF'} = \frac{FQ}{OF}.$$

Помноживъ эту пропорцію на предыдущую, получимъ по сокращеніи:

Теорема 2. Проекцій точекъ F и F', взятыхъ на равнонаклонныхъ OS и OS', на стороны (фиг. 2) угла ХОУ дежатъ на одной окружности, центръ которой — средина прямой FF'.

Доказательство. Дъйствительно, изъ подобія треугольниковъ ОРГ ОQ'Г' имвемъ:

$$\frac{\mathrm{OP}}{\mathrm{OF}} = \frac{\mathrm{OQ'}}{\mathrm{OF'}};$$

изъ подобія треугольниковъ ОР'F' и ОFQ имвемъ:

OT KINGSHARDONES (& .TEC)

^{*)} Эти равнонаклонныя должны быть симметричны относительно бисектора угла XOY.

перемноживъ эти пропорціи и сокративъ, получимъ:

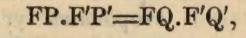
$$OP.OP'=OQ.OQ'$$

а это равенство показываеть, что четыре точки: P, P', Q и Q',—проекціи точекь F и F' на стороны угла XOY,—лежать на одной окружности.

Чтобы найти центъ этой окружности, соединимъ средину прямой FF' съ срединами PP' и QQ'; тогда эти прямыя по извъстному свойству трапецій PFF'P' и QFF'Q' будутъ перпендикулярны въ PP' и QQ'; значитъ, средина FF' будетъ искомымъ центромъ.

Теорема 3 (обратная 1-ой). Если внутри угла проведены двъ прямыя Фиг. 3. ОЅ и ОЅ' (фиг. 3) и изъ произвольныхъ на нихъ точекъ F и F' опущены на стороны пер-

пендикуляры такого свойства, что



то эти прямыя OS и OS' будуть равнонаклонны къ сторонамъ угла.

Доказательство. Проведемъ PQ и P'Q'. Четыреугольникъ OPFQ будетъ вписываемый (т. е. около него можно описать окружность), слъдовательно:

$$\angle POF = \angle PQF \dots (a)$$

YEAR MONTH

Точно также четыреугольникъ ОР'F'Q' будеть вписываемый, слъдовательно:

$$\angle Q'OF' = \angle Q'P'F' \dots \dots (b)$$

Далье, въ треугольникахъ PFQ и Р'F'Q' имвемъ:

$$\angle PFQ = \angle P'F'Q'$$
 по построенію, $\frac{FP}{FQ} = \frac{F'Q'}{F'P'}$ по положенію,

следовательно, эти треугольники подобны и поэтому:

in rpeyrodsumites QLV

$$\angle PQF = \angle Q'P'F',$$

а отсюда при помощи равенствъ (а) и (b) заключаемъ, что

т. е., что прямыя OS и OS' равнонаклонныя, ч. и т. д.

Теорема 4. Если прямыя OS и OS' (фиг. 3) равнонаклонны, то PQ_OS', P'Q'_OS.

Доказательство. Четыреугольникъ OPFQ вписываемый, следовательно

но по положению

∠POF=∠QOF',

слъдовательно:

∠PQF=∠QOF';

по построенію-же

FQ LOQ,

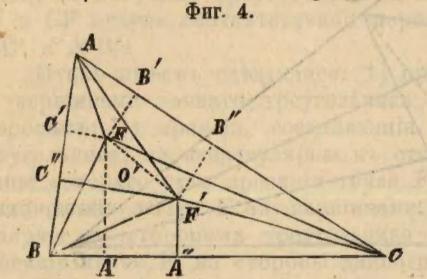
поэтому и

PQ LOS'.

Подобнымъ образомъ убъдимся, что

Р'Q'⊥ОЅ, ч. и т. д.

Теорема 5. Если изъ произвольной точки F (фиг. 4), взятой внутри



треугольника, проведемъ три прямыя AF, BF и CF, то прямыя имъ равнонаклонныя относительно сторонъ треугольника пересъкутся въ одной точкъ.

LO SH TISHOL

Total surgina measuranti

Доказательство. Пусть F'A и F'B соотвътственно равнонаклонны съ FA и FB. Надо, слъдовательно, доказать, что и F'C будетъ равнонаклонна съ FC. Для д оказательства опустимъ перпен-

дикуляры FA', F'A" и пр. на стороны треугольника. По положенію и теор. 1 ой имъемъ:

FB'.F'B"=FC'.F'C"

FA'.F'A"=FC'.F'C";

следовательно

FA'.F'A"=FB'.F'B",

т. е. (теор. 3-ья) прямыя FC и F'C равнонаклонны, ч. и т. д.

Теорема 6. Проекціи точекъ F и F' (фиг. 4) на стороны треугольника ABC лежать на одной окружности, центръ которой—средина прямой FF'.

Доказательство. По теоремъ 2-ой точки А', А'', В' и В'' лежатъ на одной окружности, центръ которой есть точка О средина прямой FF', слъдовательно:

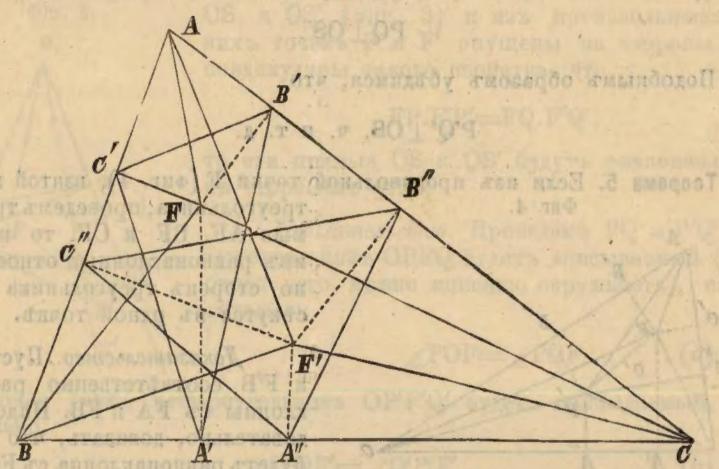
A'O = A''O = B'O = B''O.

Точно также точки В', В", С' и С" по той-же теоремъ лежатъ на одной окружности центра О, слъдовательно:

$$B'O = B''O = C'O = C''O$$
.

Отсюда и завлючаемъ, что всв шесть точевъ: А', А", В', В", С' и С" лежатъ на окружности центра О.

Примънимъ теперь эти теоремы къ изученію взаимныхъ точекъ. Возьмемъ внутри *) треугольника произвольную точку F (фиг. 5) и опуфиг. 5.



стимъ изъ нея на стороны перпендикуляры: FA', FB' и FC'. Соединяя точки A', B' и C' прямыми, получимъ треугольникъ A'B'C'; если затъмъ изъ вершинъ даннаго треугольника опустимъ перпендикуляры на стороны треугольника A'B'C', то эти перпендикуляры пересъкутся въ одной точкъ F'.

Для доказательства опустимъ сначала перпендикуляры AF' и BF' на стороны B'C' и A'C'; пусть точка ихъ пересъченія будетъ F'. Соединивъ F съ A и B, можемъ убъдиться, что прямыя AF и AF', BF и BF' равнонаклонны относительно сторонъ треугольника ABC. Дъйствительно, четыреугольникъ AC'FB' вписываемый по построенію, слъдовательно:

$$\angle C'AF = \angle C'B'F$$

но по построенію-же

O opening ripanch PF.

AF' B'C', AC FB';

следовательно:

 $\angle CAF' = \angle C'B'F;$

^{*)} Точку можно брать и внв треугольника.

сравнивая это равенство съ предыдущимъ, заключаемъ, что

$$\angle C'AF = \angle CAF'$$
,

т. е., что прямыя AF и AF' равнонаклонны къ сторонамъ угла ВАС. Точно также убъдимся, что

$$\angle C'BF = \angle F'BC$$
,

т. е., что прямыя BF и BF' равнонаклонны къ сторонамъ угла ABC. Доказавъ равнонаклонность прямыхъ AF и AF', BF и BF', заклю-

чаемъ по теор. 5-ой, что и прямыя СГ и СГ' будутъ равнонавлонны къ сторонамъ угла АСВ, т. е., что

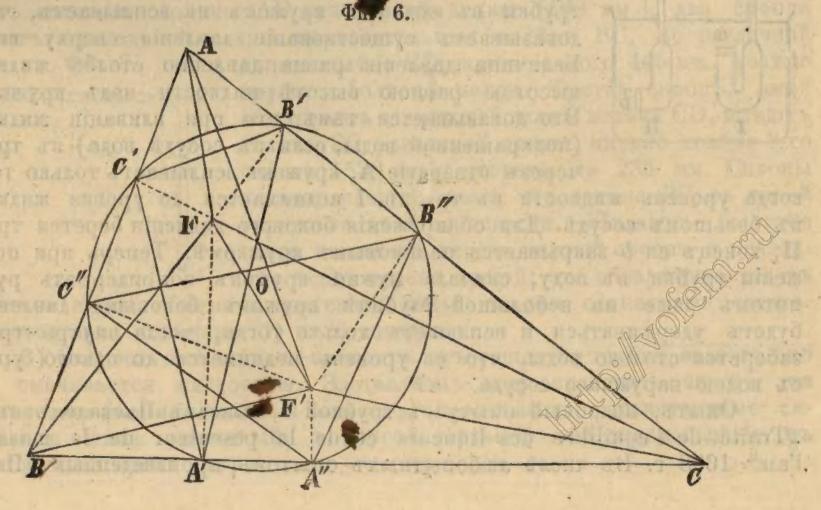
Далве, по теор. 4-ой имвемъ, что

CF'⊥A'B'.

Если теперь опустимъ изъ F' перпендикуляры F'A", F'B" и F'C" на стороны треугольника ABC и соединимъ точки A", B", С" между собой, то получимъ треугольникъ A"B"C"; по теоремъ 4-ой прямыя AF, BF и CF будутъ соотвътственно перпендикулярны къ сторонамъ B"C", А"С" и А"В".

Итакъ имвемъ следующее: 1) прямыя, соединяющія точки F и F' съ вершинами даннаго треугольника, попарно равнонаклонны къ его сторонамъ; 2) прямыя, соединяющія точку Г' съ вершинами даннаго треугольника, перпендикулярны къ сторонамъ треугольника А'В'С', вершины которато суть проекцій точки F на стороны даннаго; 3) прямыя, соединяющія точку F съ вершинами даннаго треугольника, перпенди-кулярны къ сторонамъ треугольника А"В"С", вершины котораго суть проекціи точки F' на стороны даннаго.

Затымъ по теор. 6-ой имыемъ слыдующее свойство вершинъ обоихъ треугольниковъ А'В'С' и А"В"С": вст. эти вершины лежать на одной окружности, центръ которой—среду прямой FF' (фиг. 6).



Вотъ главивишія свойства взаимныхъ точекъ F и F' какъ относительно даннаго треугольника, такъ и относительно треугольниковъ A'B'C' π A"B"C".

Замътимъ, что на основаніи теор. 4-ой и 5-ой, точку Г' взаимную данной Г можно построить еще такъ: соединимъ Г съ двумя вершинами даннаго треугольника, напр. съ A и B и проведемъ прямыя равнона-клонныя съ FA и FB; точка F' пересъченія построенныхъ равнонаклонныхъ и будетъ искомой взаимной F.

(Окончаніе слыдуеть).

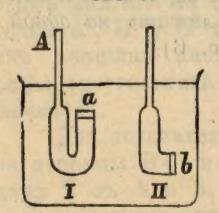
А. П. Грузинцевъ (Харьковъ).

НВСКОЛЬКО ЛЕКЦІОННЫХЪ ОПЫТОВЪ

изъ гидростатики и гидродинамики. Roan vewers ourcrains non W nephenningangar E'A", E'D' n F'C".
ne eropous receptants ABC n Desirings vous M'L'E', C' nestry

coboil, to convents they was the Cambinet College of the convents of the college Опыты, доказывающіе существованіе давленія внутри жидкости.

Обыкновенно въ курсахъ физики описывается опытъ, доказывающій существованіе внутри жидкости давленія, направленнаго снизу вверхъ (стекляная трубка со стеклянымъ кружкомъ). Для доказательства существованія давленія, направленнаго сверху внизъ, и бокового давленія, а также для опредъленія величины этого давленія, я произвожу следующіе опыты. Для обнаруженія давленія сверху внизъ берется стекляная трубка, къ которой припаяна широкая стекляная трубка въ видъ опровинутаго сифона (см. фиг. 7), отверстіе а съ хорошо прошлифован-



percentagenoused arrange

ными краями закрывается пальмовымъ кружкомъ. Діаметръ основанія пальмоваго кружка (23,5 мм.) равенъ внъшнему діаметру трубки. При опусканіи трубки въ жидкость кружокъ не всплываетъ, что и доказываетъ существование давления сверху внизъ. Величина давленія равна давленію столба жидкости высотою равною высотъ жидкости надъ кружкомъ. Это доказывается твмъ, что при вливаніи жидкости (подкрашенной воды, если въ сосудъ вода) въ трубку черезъ отверстіе А, кружокъ всилываетъ только тогда,

когда уровень жидкости въ трубкъ І поднимается до уровня жидкости въ большомъ сосудъ. Для обнаруженія бокового давленія берется трубка И; конецъ ея в закрывается пальмовымъ кружкомъ. Теперь при погруженіи трубки въ воду, сначала нужно кружокъ попридержать рукой, потомъ даже на небольшой глубинъ кружокъ боковымъ давленіемъ будеть удерживаться и всплыветь только тогда, когда внутрь трубки ваберется столько воды, что ея уровень поднимется до одного уровня съ водою наружнаго сосуда.

Опыть, подобный опыту съ трубкой І, описань Паскалемъ въ его Traité de l'equilibre des liqueurs et de la pesenteur de la masse de l'air" 1698 г. Въ числъ любопытныхъ опытовъ, произведенныхъ Паскалемъ и приведенныхъ въ названномъ сочинени, интересенъ такой: я его опишу въ томъ видъ въ какомъ производилъ самъ. Берется стекляная трубка и толстая проволока, приблизительно одинаковой длины съ трубкой; одинъ конецъ проволоки изогнутъ и на отогнутую часть насажена пробка. При помощи этой пробки закрывается одинъ конецъ стекляной трубки и въ трубку наливается нѣкоторое количество ртути. Трубка съ ртутью погружается въ воду въ вертикальномъ положеніи, потомъ пробка отнимается; вслъдъ за симъ замътимъ, что хотя часть ртути упадаетъ изъ трубки въ воду, но замътная часть поднимается въ трубкъ и, при дальнъйшемъ погруженіи трубки, будетъ все выше и выше подниматься.

втегивается интенсть и спобедица. Пим заврементия пробезыи: потои в

Нѣсколько опытовъ надъ скоростью теченія жидкостей по трубкамъ.

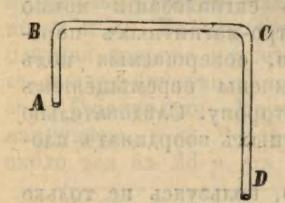
Скорость истеченія жидкости изъ отверстія достаточной ширины, сдъланнаго въ тонкой стънкъ большого сосуда, подчиняется закону Торричелли. Если же жидкость истекаеть черезъ вставленную близь дна сосуда цилиндрическую трубку, напр. стекляную, тогда скорость истеченія меньше, чъмъ при свободномъ истеченіи. При помощи сифонныхъ трубокъ можно весьма просто обнаружить приблизительную зависимость скорости истеченія отъ давленія, длины трубки, ея природы и природы жидкости. Мы возьмемъ стекляныя трубки одинаковаго діаметра (4,7 мм.), тогда скорость истеченія черезъ различныя трубки прямо пропорціональна объемамъ, вытекшимъ въ одно и то же время. Обнаружимъ что:

1) Скорость истеченія тімь больше, чімь больше давленіе, подъ

которымъ происходитъ истеченіе;

2) Скорость истеченія уменьшается съ увеличеніемъ длины трубки, безъ изміненія давленія.

Изъ большого сосуда наполненнаго водой выпускаемъ воду по тремъ различнымъ сифонамъ, изогнутымъ, какъ показано на фиг. 8. У всёхъ трехъ сифоновъ колёно АВ одинаковой длины (160 мм.), два сифона имёютъ одинаковой длины горизонтальныя колёна ВС, но различной фиг. 8. длины колёна СD, колёно одного 445 мм., колёно



длины кольна CD, кольно одного 445 мм., кольно другого болье 1 метра. Третій сифонь, имъя со вторымь одинаковой длины кольна CD, имьють кольна BC различной длины, именно кольно 3-го сифона 1530 мм., второго же 235 мм. Сифоны устанавливаются такъ, что кольна BC въ одной горизонтальной плоскости. Жидкость быстръе всего истекаеть черезъ первый сифонь и медленные всего черезъ третій; это обнаруживается въ

короткое время объемами вытекшей воды въ три одинаковые сосуда.

Слъдовательно положенія 1) и 2) доказаны.

3) Скорость истеченія не зависить оть вещества трубки, если только она смачивается жидкостью. Заставляемь воду протекать черезъ два одинаковые (форма, длина и діаметръ) и одинаково установленные сифона, но одинъ стекляный, а другой мъдный, объемы вытекшіе въ одно и тоже время равны.

4) Скорость истеченія при прочихъ равныхъ условіяхъ зависить отъ природы жидкости. Черезъ два одинаковые и одинаково установленные сифона заставляемъ протекать изъ одного сосуда воду, изъ другого смёсь спирта съ водой; замётимъ, что объемъ вытекшей воды больше, чёмъ объемъ вытекшей въ то же время смёси спирта съ водой *). Слёдовательно внутреннее треніе смёси спирта съ водой больше, чёмъ внутреннее треніе воды.

Изъ положеній 2), 3) и 4) заключаємь, что сопротивленіе истеченію увеличиваєтся съ длиною трубки, что оно не зависить или мало зависить отъ вещества трубки (при смачиваніи) и зависить отъ природы

жидкости.

Опыты начинаются такъ: въ сифоны при помощи резиновой трубки втягивается жидкость и свободные концы закрываются пробками; потомъ пробки одновременно вынимаются.

Пр. Н. Слугиновъ (Казань).

ововщение электро-магнитной сигнализации

Cappoors serequels augreers now orseparin government sumprise;

(по системъ Э. К. Шпачинскаго).

Когда пользуются электрическимъ токомъ для передачи на разстояніе нъкоторыхъ условныхъ сигналовъ, то обыкновенно довольствуются замыканіемъ тока, независимо отъ его направленія. Такимъ образомъ измъненіе направленія тока, пробъгающаго между станціями отправленія и полученія сигналовъ, т. е. одинъ изъ элементовъ сигнализаціи, которымъ можно было бы пользоваться съ удобствомъ, вообще говоря, не утилизируется. Было время когда этимъ элементомъ не пренебрегали, какъ видно, напримъръ, изъ исторіи телеграфовъ, но впослъдствіи взялъ окончательно перевъсъ тотъ принципъ электро-магнитной сигнализаціи, который основанъ на простомъ притяженіи желъзнаго якоря, не зависящемъ отъ направленія тока, пробъгающаго по катушкъ электромагнита.

Другой упрекъ существующимъ системамъ сигнализаціи можно сділать въ отношеніи крайняго ограниченія электро-магнитныхъ переміта. Дійствительно, всі такія перемітання, совершаемыя подъвліяніемъ замыканій и размыканій тока, ограничены переміщеніемъ вкоря по инкоторой линіи въ ту либо въ другую сторону. Слідовательно въ различныхъ электро-графахъ изъ двухъ возможныхъ координатъ пло-

скости мы, поневоль, пользуемся только одной.

Въ виду этого я задался цълью показать, что, пользуясь не только замыканіемъ, но и перемъною направленія тока, легко получить электромагнитныя перемъщенія по двумъ, напримъръ, взаимно перпендикулярнымъ направленіямъ, что при такомъ обобщеніи системы электро-сигна-

CHRUMINE CHRISTIAN CONTROL MACHINERY CONTROL

^{*)} Въ произведенномъ опытъ происходило одновременно еще истечение древеснаго спирта; скорость его истечения оказалась приблизительно одинакова со скоростью истечения воды при одинаковыхъ условияхъ.

лизаціи всякіе условные внави (азбуки пр.) могуть быть значительно упрощены и потребують для передачи менъе времени, а стало быть и

труда, и пр.

По изготовленіи необходимыхъ чертежей, въ одномъ изъ ближайшихъ номеровъ "Въстника" пачну съ описанія устроеннаго мною релэ, предназначеннаго для замыканія двухъ мъстныхъ батарей, той либо другой по желанію, смотря по направленію замыкаемаго на станціи отправленія тока.

Ш.

НАУЧНАЯ ХРОНИКА.

Періодъ вращенія Меркурія около оси до последняго времени принимался равнымъ почти нашимъ земнымъ суткамъ (приблизительно въ 24 ч. 5 м.) Трудность наблюденій этой ближайшей къ солнцу планеты была причиною, что лишь въ началъ текущаго стольтія Шрётеръ попытался опредълить періодъ ея суточнаго вращенія, основываясь на недоказанномъ предположении существования на ея поверхности горы (высотою въ 19 км.), и хотя болве новыми наблюденіями съ лучшими инструментами предположение Шрётера не подтвердилось, тамъ не менъе время обращенія Меркурія около своей оси, равно какъ п положеніе этой оси въ пространствъ до послъднихъ дней оставалось неизвъстнымъ. Только въ декабрв мъсяцъ прошлаго года, одинъ изъ наиболъе выдающихся астрономовъ нашего столътія, директоръ Миланской Обсерваторіи Скіапарелли, опубликоваль результаты своихъ семильтнихъ наблюденій надъ Меркуріемъ, изъ которыхъ следуеть прійти къ весьма интересному заключенію, что Меркурій точно такь-же всегда обращень кь солнцу одной свосй стороной, какт наша луна кт земль *). Такимъ образомъ ближайшая къ солнцу и, кстати сказать, самая плотная **) изъ планетъ нашей системы достигла уже въ наше время своего предъльнаю періода вращенія, т. е. вращается около своей оси только одинъ разъ въ теченіе своего оборота вокругъ солнца. По мивнію Скіапарелли такова участь всёхъ планетъ, не имъющихъ спутниковъ: какова бы ни была въ данный моментъ ихъ скорость суточнаго вращенія, она постепенно замедляется, благодаря всякимъ приливамъ и отливамъ какъ внъшнихъ, такъ внутреннихъ подвижныхъ частей планеты, неправильностямъ въ распредвлении плотности и пр. Въ предълъ это замедление приводитъ къ тому, что болъе плотная сторона планеты (или спутника) остается на всегда обращенною къ центру тяготвнія; такого предвла достигла наша луна и-какъ показалъ Скіапарелли-- Меркурій, а въ будущемъ-то же должно произойти, напримъръ, и съ Венерой, которая нынъ совершаетъ еще свой оборотъ около оси въ 23 ч. съ минутами ***).

^{*)} Объ открытін этомъ заговорили и наши газеты. Тѣмъ читателямъ, которые прочли "Письмо въ редакцію" В. А. Панаева (см. Новости № 26), совѣтуемъ прочесть и отвѣтъ на него І. А. Клейбера (см. Новости № 31).

^{**)} Плотность Меркурія принимается=8 (т. е. плотности стали, латуни п пр.)

^{***)} Въ точности періодъ этотъ нельзя считать опредёленнымъ, ибо, вслёдствіе присутствія на Венерѣ атмосферы, пе удается наблюдать на ея поверхности никакихъ опредёленныхъ пятенъ, по перемѣщенію которыхъ только пожно судить о скорости вращенія.

прибавляемъ нъкоторыя данныя, относящіяся къ Меркурію. Эксцентриситетъ орбиты Меркурія—наибольшій (0,2056); наклоненіе орбиты плоскости эклиптики-тоже наибольшее (7°). Благодаря этому последнему обстоятельству прохожденія Меркурія по солнцу случаются не такъ часто, какъ это было бы въ случав меньшаго наклоненія*). Ближайшія два прохожденія будуть имъть мъсто въ 1891 г. (9-го мая) п въ 1894 г. (10-го ноября). Простымъ глазомъ ихъ наблюдать невозможно, ибо Меркурій видимъ для насъ подъ угломъ около 13°, а на дискъ солица мы можемъ видъть такія только пятна, которыхъ діаметръ не менъе 1'. Вследствіе этого является сомнительнымъ увереніе некоторыхъ астрономовъ, будто во время прохожденія Меркурія въ 1868 г. (5-го ноября) они видъли на его поверхности свътящуюся точку, для объясненія которой прибъгли къ допущенію дъйствующаго на Меркуріъ вулкана. — Среднее разстояние Меркурія отъ солица=0,3871 ср. разст. земли; въ перигеліи оно равно прибл. 6 милл. г. м., въ афеліи 9 милл. Діаметръ Меркурія=649 г. м. (около 0,377 земн. діам.). Macca=4866000 Macchi солнца. -- Солнечный свъть на поверхности Меркурія почти въ 7 разъ интенсивнъе, чъмъ на землъ. - Для объясненія нъкоторыхъ возмущеній, наблюдаемыхъ при движеніи Меркурія, было высказано предположеніе о существованіи нъкоторой еще болье близкой къ солнцу планеты, которой дано даже название Вулкана, но это допущение до сихъ поръ не подтвердилось вовсе.

ОТЧЕТЫ О ЗАСЪДАНІЯХЪ ФИЗИЧЕСКОЙ СЕКЦІИ

VIII-го съвзда русскихъ остествоиспытателей и врачей.

Зав'ядующимъ секцією физики и физической географіи быль проф. Ө. Ө. Петрушевскій, постоянными секретарями состояли: Г. А. Любославскій, О. Э. Страусъ и А. Н. Барановскій.

1-ое застданіе (29-го декабря). О. О. Петрушевскій прив'ятствоваль членовъ секціи оть лица членовъ Физическаго Отд. Р. Ф.-Х. Общества, изложиль порядокъ предстоящихъ занятій во время сътзда и указаль по составъ выставки приборовъ при физическомъ кабинет в университета. — Представательствоваль А. Г. Стол'ятовъ. Выли слуданы сообщенія:

1) П. В. Преображенскій: "Гипотеза цвётового зрёнія". По гипотезё Юнга, разработанной Гельмгольцомь, нормальный глазь имёеть какь бы три впечатлительности, позволяющія отличать цвёта: одну для лучей красныхь, другую—для зеленыхь и третью—для фіолетовыхь. Позднёе Герингь даль нёсколько другую гипотезу, по которой гроякаго рода впечатлительность дёлится такь: одна для краснаго и зеленаго цвёта, другая для синяго и желтаго, третья для бёлаго и чернаго. По мнёнію автора достаточно ограничиться допущеніемь существованія только двухь нормальныхь впечатлительностей, одной для лучей, число колебаній которыхь въ секунду лежить въ предёлахь оть 400 до 600 билліоновь, и другой—для колебаній оть 520

^{*)} Т. е. ип черезъ каждые 116 дней (періодъ спнодическаго обращенія Меркурія=115,8775 дн.). Періодъ сидерическаго оборота=87,97 дн.

до 790 билл. въ сек. По этой гипотезъ особенно просто объясняются различные случаи дальтонизма. Въ заключение своего интереснаго сообщения авторъ повазаль на опыть, что цвата, кажущісся одинаковыми одному изъ изследованныхъ имъ дальтонивовъ, но въ сущности резко различные для нормальнаго глаза, при исключенін нікоторых в лучей наб падающаго на них світа, кажутся по сходными для всъхъ присутствующихъ въ аудиторіи *).

- 2) Р. А. Колли: "О приборъ для наблюденія медленныхъ электрическихъ колебаній". Для изученія техъ сравнительно медленныхъ перемень направленія индуктированнаго тока, который появляется въ незамкнутой катушкв, авторъ устроиль особый приборь, рисунокь котораго быль демонстрировань собранію. Принципь прибора заключается въ томъ, что отклоненіе весьма легкаго магнитнаго зеркальца. подъ влінніемъ альтернативнаго тока въ катушкф, комбинируется съ прямолинейнымъ... движеніемь світящейся точки; вслідствіе этого глазь наблюдателя видить въ подзорной трубкъ, направленной на зеркальце, свътлый зигзать, тъчто въ родъ синусонды, амилитуда которой последовательно убываеть.
- 3) Р. А. Колли: "Къ теоріи снаряда Румкорфа". Теоретическія изысканія показывають, что индукціонный токь въ спирали Румкорфа состоить изъ неперіодической и періодической части. Авторъ указаль методъ и привель результаты проверки этого заключенія путемъ опыта.
- 4) Д. А. Гольдааммерь: "Объ изминенін электропроводности металловъ при намагниченіи". Прежнія изследованія автора обнаружили измененіе сопротивленія діамагнитныхъ металловъ при намагничиваніи, пропорціональное квадрату намагниченія. Для магнитныхъ металловъ это еще не доказано. Прежніе изследователи не обращали достаточнаго вниманія на то обстоятельство, что при намагниченіи проволокъ при помощи катушекъ, испытываемая проволока нагръвается намагничивающимъ токомъ. Устранивъ въ своихъ опытахъ возможность такого нагрѣванія при помощи циркулирующей воды около трубки, содержащей испытуемую и контрольную проволоки, авторъ имълъ возможность констатировать такое-же измъненіе сопротивленія, пропорціональное квадрату намагниченія, и для магнитныхъ металловъ.
- 5) Н. Д. Пильчиков: "О новомъ рефравтометръ для жидкостей". Для возможности примъненія оптическаго метода апализа жидкости къ целямъ техническимъ съ тою же легкостью, съ какою прилагается ареометрическій методъ анадиза по плотностямъ, необходимъ простой и удобный рефрактометръ. Автору удалось устроить такой приборъ, основанный на зависимости фокуснаго разстоянія полой линзы отъ показателя преломленія наполняющей ее жидкости. Приборъ состоить существенно изъ трехъ частей: полой линзы, наполняемой несколькими каплями испытуемой жидкости, свътящагося предмета (освъщенныя дамною щели) и подвижного экрана (изъ матоваго стекла), на которомъ получается действительное нзображеніе предмета; перем'вщеніе экрана отсянтывается на шкал'в, разд'вленной ши миллиметры; и особо составленной таблица приведены показатели преломленія, соотвътствующіе показаніямъ штин **).

**) Болъе подробное описание и рисуновъ рефрактометра г. Пильчивова помъщены въ сентябрской книжкъ "Journal de physique théor. et appl." за прошлый

1889 годъ, (р. 416, t. VIII).

^{*)} Болве подробно "Гипотеза цвътового зрвнія" П. В. Преображенскаго изложена въ его статью, помещенной вы 9-мь вып. Журн Р. Ф.-X. Общества за 1889 г. стр. 249 т. XXI, куда потсылаемъ интересующихся этимъ вопросомъ читателей. Статья эта вышла и отдельнымъ оттискомъ.

II-ое засъданіе (30-го декабря). Предсъдательствоваль Н. Н. Шиллерь. Научныя сообщенія сділали:

- 6) А. Г. Стольтовь: "Актино-электрическія явленія" *). Были демонстрированы следующіе основные опыты съ воздушнымъ кондесаторомъ, составленнымъ ызъ цинковой сътки и силошного мъднаго посеребрянаго диска: 1) при сообщеніи сътки съ положительнымъ и диска съ отрицательнымъ полюсами небольшой батарен, гальванометрь (зеркальный), введенный въ цъпь, показываль отсутствіе тока (ибо цень была разомкнута слоемь воздуха въ конденсаторе) до того момента, пока не была устранена ширма, закрывающая электрическій фонарь (съ вольтовою дугою, въ которой горъль аллюминій); при освъщенін (сквозь сътку) воздушнаго сдоя конденсатора светомъ, богатымъ въ ультра-фіолетовые лучи, гальванометръ показываль теченіе электричества, какъ будто цень была замкнута. 2) Батарея была устранена и объладки конденсатора непосредственно соединены съ гальванометромъ; по удаленти ширмы, заслоняющей фонарь, гальванометръ отклонился; следовательно вомбинація: цинкъ, освещенный воздухъ и серебро образуеть особаго рода актино-электрическій элементь, дающій токь до техь порь, пока слой воздуха освъщень ультра-фіол. лучами. 3) Между фонаремъ и конденсаторомъ вставлялась пластинка (почти въ 8-9 мм. толщиною) кварца; актино-электр. эффекть несколько ослаблялся, но оставался весьма замітнымь. Напротивь, онь исчезаль совсёмь, когда вмъсто кварца вставлялась тонкая, вполнъ прозрачная стекляная пластинка (толщиною около 1 мм.). Въ заключение авторъ коснулся различныхъ попытокъ объяснить эти явленія, изъ коихъ ни одна, по его митнію, не можеть быть пока признана удовлетворительною.
- 7) А. П. Шимковъ: "Общая теорія происхожденія п поддержанія электритескихъ теченій". Авторъ имёль въ виду разъяснить присутствіе двухъ процессовъ во всёхъ случаяхъ образованія токовъ: электровозбудительнаго и электро-освобождающаго. Первый состоить въ раздёленіи противоположныхъ электричествъ, второй—въ освобожденіи ихъ. Подробнёе разсмотрёно образованіе тока отъ электрофорной машины, такое-же раздёленіе указано въ токахъ отъ гальв. батареи, термо-, актино-электрическихъ и пр.
- 8) С. Н. Септовидовъ: "Эскизъ кинетической гипотезы электричества в магнетизма". Авторъ отождествляеть линіи магнитныхъ силъ съ линіями непрерывнаго теченія эсира, и линіи электр. силъ—съ вихревыми линіями.
- 9) Э. К. Щпачинскій: "О симметричныхъ магнитныхъ стрѣлкахъ, магнитныхъ звѣздахъ и дискахъ и основанныхъ на ихъ примѣненіи физическихъ приборахъ". Указавъ на свойства магнитной симметричной стрѣлки **), авторъ показалъ во 1-хъ возможность устроить такой "ротаціонный" гальванометръ, въ которомъ отклоненія симм. стрѣлки прямо пропорціональны силѣ тока и могутъ быть отсчитываемы не въ тѣсныхъ предѣлахъ одного квадранта, а отъ 00 до 3600 далѣе ***). Во 2-хъ

**) См. статью: "Симметричная магнитная стрълка" въ предыдущемъ № 84

"Въстинка" (стр. 227 сем. VII).

^{*)} Не останавливаемся на изложении сущности этихъ явлений въ виду того, что имъ не разъ уже удълялось мъсто въ "Въстникъ". (См. № 56, стр. 178 сем. У, № 63, стр. 61 сем. VI и пр.) См. также "Актино-электрическия изслъдования" А. Г. Столътова въ 7 и 8 вып. Журн. Р. Ф.-Х. Общ. за 1889 г. (стр. 159 т. ХХІ), выпущенныя и отдъльной брошюрой.

^{***)} Первый экземилярь такого гальванометра за недостаткомъ времени не могь быть окончень до съезда. Въ одномъ изъ ближайшихъ №№ "Вестика" будетъ помещено подробное его описание съ рисунками.

демонстрироваль модель звёздообразной сими. системы магнитовь, которая можеть быть приводима въ непрерывное вращение дёйствиемъ прерывнаго тока. Въ 3-хъ показаль возможность приводить такую звёзду въ непрерывное вращение дёйствиемъ постояннаго тока и—наобороть—приводя ее во вращение внёшнею силою, получать индуктивный токъ постояннаго направления и устроить динамо-машины безъ коллектора и щетокъ. Въ 4-хъ демонстрировалъ модель трансформатора постояннаго тока, основаннаго на вращении такой-же звёздообразной магнитной системы *).

10) А. И. Полешко: "О дисковой динамо-машинъ". Авторъ демонстрировалъ рисунокъ вновь устроенной имъ динамо-машины съ уплотненнымъ магнитнымъ полемъ; индукціонный органъ ея состоитъ изъ цѣльнаго металлическаго диска, разрѣзаннаго по радіусамъ до извѣстной глубины на большое число узкихъ секторовъ, изолированныхъ другъ отъ друга фибровыми прокладками. Периферія диска имѣетъ коллекторныя расширенія, по которымъ скользять щетки **).

(Прод. сапд.)

РАЗНЫЯ ИЗВЪСТІЯ.

Предварительное собраніе Кіевскаго Физ.-Мат. Общества состоялось 3-го февраля въ одной изъ аудиторій университета. Проф. Н. Н. Шиллеръ отъ имени членовъ-учредителей Общества познакомиль присутствующихъ съ уставомъ, комментируя нѣкоторые изъ его параграфовъ болѣе подробными разъясненіями. Послѣ этого изъ числа присутствующихъ записались въ дѣйствительные члены Общества нижеслѣдующіе ***): 11) Проф. (химін) П. П. Алексѣевъ, 12) А. Г. Борухинъ, 13) П. И. Бѣльченко, 14) Ө. В. Гвоздикъ, 15) Л. П. Геркенъ, 16) П. И. Гиберманъ, 17) С. С. Григорьевъ, 18) К. Н. Жукъ, 19) Я. Н. Жукъ, 20) В. В. Игнатовичъ-Завилейскій, 21) А. Л. Корольковъ, 22) В. Н. Корсунскій, 23) І. І. Косоноговъ, 24) И. Н. Красовскій, 25) П. Т. Маткошенко, 26) М. И. Петранди, 27) Н. Н. Печковскій, 28) Е. Т. Тарасовъ, 29) Н. Ф. Хруцкій, 30) И. И. Чирьевъ, 31) К. М. Щербина, 32) В. И. Юскевичъ-Красковскій и 33) Проф. (геологіи) К. М. Өеофилактовъ ****).

Второе предварительное собраніе для избранія членовъ Распорядительнаго Комитета (предсъдателя, двухъ его товарищей, казначея и секретаря) назначено на 17-ое февраля (въ субботу, въ $6^{1}/_{2}$ часовъ вечера).

"Въстникъ Естествознанія" издается съ начала тек. года при С.-Цербургскомъ Обществъ Естествоиспытателей подъ редакціею Ф. В. Овсянникова. Новый

***) Имянной списокъ десяти членовъ-учредителей быль помъщень въ пре-

дыдущемъ № 84 "Въстника" (стр. 233, сем. VII).

^{*)} Не останавливаемся на болье подробномъ изложени принципа электродвигателей, динамо-машинъ и трансформаторовъ, основанныхъ на симметричныхъ магнитныхъ системахъ, ибо современемъ это будетъ помъщено въ журналъ въ послъдовательномъ порядкъ.

^{**)} Такая динамо-машина установлена въ С.-Петербургскомъ Маріинскомъ театрѣ, гдѣ авторъ любезно объяснялъ ея устройство нѣкоторымъ изъ гг. членовъ съѣзда. Она предназначена для электрическаго освѣщенія, но—сколько намъ извѣстно—во время съѣзда не была въ дѣйствін.—Въ сущности машина т. Полешко есть обращеніе такъ называемаго "колеса Барлова", т. е. устроена по типу "диска Фарадея".

^{****)} Лица, не бывшія на первомъ предварительномъ собраніи и желающія записаться въ кандидаты дійств. членовъ Общества, благоволять обращаться къ кому нибудь изъ членовъ-учредителей, или заявить о своемъ желаніи лично на второмъ предварительномъ собраніи (17 февраля).

журнать посвящень: зоологіи, эмбріологіи, гистологіи, физіологіи, анатоміи, ботанивь, геологіи, палеонтологіи, минералогіи, мивроскопической техникь.

Журналь имветь целью: 1) содействовать самостоятельному развитію русской научной литературы и выработке научной терминологіи по естествознанію, 2) дать органь для обнародованія русскихь оригинальныхь сообщеній, статей общаго содержанія, рефератовь о выдающихся произведеніяхь русской и иностранной естественно-исторической литературы, статей критическаго и библіографическаго характера, отчетовь о съёздахь, засёданіяхь ученыхь обществь, научныхь выставкахь.

"Вѣстинкъ Естествознанія" будеть выходить не менѣе 9-и разъ въ годъ, оть двухъ печатныхъ листовъ въ каждомъ номерѣ. (№ 1 уже вышель во время бывшаго VIII-го съвзда).

Подписная ціна—3 р. 50 к. въ годъ съ пересылкой (для жителей С.-Петербурга—3 р.)

Мы слышали, что изданіе журнала обезпечено матеріальными средствами, почему при столь низкой подписной плать можно надъяться, что новый "Въстникъ" будеть имъть усивхъ и, пополняя столь существенный пробъль въ нашей научной литературь, принесеть большую пользу въ дъль развитія естествознанія въ Россіи.

- Новый метеорологическій журналь, точное заглавіе котораго еще намъ неизвъстно, начнеть издаваться въ текущемь году въ С.-Петербургъ. Мысль объ основаніи этого необходимаго при современномъ развитіи метеорологіи въ Россіи періодическаго органа возникла во время бывшаго VIII-го съъзда, и—не откладывая дъла въ долгій ящикъ—была тогда-же осуществлена въ спеціальномъ собраніи 7-го января въ помъщеніи Имп. Русскаго Географическаго Общества, куда были пригла-шены лица, желавшія быть учредителями журнала, для предварительнаго обсужденія нъкоторыхъ основныхъ вопросовъ п для выбора изъ своей среды редакціоннаго комитета. Для покрытія первоначальныхъ расходовъ по изданію каждый изъ членовъ учредителей внесъ (или обязался внести) по 25 р. Число всъхъ членовъ учредителей возросло до 45 *). Въ составъ редакціоннаго комитета кромъ 7-ми лицъ, живущихъ въ С.-Петербугъ (А. И. Воейкова, Ф. Ф. Врангеля, М. А. Рыкачева, І. В. Шппндлера п др.) вошли изъ иногороднихъ: А. В. Клоссовскій (Одесса), Р. А. Колли (Москва), К. Н. Жукъ и Р. Н. Савельевъ (Кієвъ).
- Подписка на капиталъ для учрежденія премін и медали имени Н. М. Пржевальскаго достигла во всей Россіи до 8000 р. По подписному листу (№ 327) при редакціи "Въстника Оц. Физики и Эл. Математеки" поступили пожертвованія отъ: 6) Н. П. Соколова—2 р , 7) Ө. Ю. Мацона—1 р., 8) А. Плетнева (въ Спб.)—1 р. 60 к.; всего вмъстъ съ прежними **)—25 р. 60 коп.—Пріемъ пожертвованій продолжается
- Умерли: 1) Густавъ Адольфъ Гирнъ, извъстный французскій ученый, теоретическія и опытныя изследованія котораго въ области механической теорія тепла пріобреди всемірную извъстность.
- 2) Людвигь Пачинотти (род. 1808 г.) проф. физики въ Пизъ, изобрътатель кольцеобразнаго индуктора, послуживщаго прототицомъ индукторовъ большинства динамо-машинъ.

 Ш.

^{*)} Быть можеть число это увеличилось полите членами послъ засъданія 7-го анв.; достовърныхь свъдъній на этоть счеть не имъемъ.

**) См. № 76 "Въстника", стр. 62, сем. VII.

ЗАДАЧИ.

(Вторая серія).

- № 1. Путешественникъ 4 часа взбирался на вершину горы, идя ровнымъ шагомъ и не останавливаясь. Наклонъ его пути былъ въ среднемъ=30°, а средняя скорость ходьбы 17 м. въ минуту. Спрашивается сколько въситъ путешественникъ, если извъстно, что совершаемая имъ въ каждую секунду, при этомъ восхожденіи, средняя работа составляетъ 9,35 килограмметра, и если его платье и провизія, которую онъ несъ съ собою, въсятъ 6 кгр.?
- № 2. Число текущаго 1890 года имѣетъ между прочимъ такое свойство, что какъ въ немъ, такъ и въ его половинѣ (945) число сотенъ въ 5 разъ меньше десятковъ съ единицами. Показать, что при нашемъ счетъ лѣтъ такое свойство уже болѣе не повторится, и найти періодъ, черезъ который оно повторялось прежде, считая отъ Рождества Христова.

№ 3. Показать, что если

$$\frac{a-b}{6} = \frac{b-c}{5} = \frac{c-a}{10},$$

TO

$$16a+11b+15c=0$$
.

(Заимств.) Я. Тепляковъ.

№ 4. Опредълить а изъ уравненія

$$\sin \alpha + \sin 2\alpha + \sin 3\alpha = 1 + \cos \alpha + \cos 2\alpha$$
.

Я. Тепляковъ.

№ 5. Требуется построить четыреугольникъ такъ, чтобы его вершины дежали на четырехъ данныхъ прямыхъ (при чемъ противополож ныя вершины должны находиться на противоположныхъ прямыхъ), и чтобы его діагонали пересъкались въ данной точкъ и дълились въ ней м р

въ отношеніяхъ $\frac{m}{n}$ и $\frac{p}{q}$.

Изслъдовать задачу по отношенію къ положенію данной точки и взаимному расположенію данныхъ прямыхъ.

С. Кричевскій (Ромны).

№ 6. На прямой AB=d, какъ на діаметръ, описана полуокружность. Въ произвольной точкъ діаметра С возставленъ къ нему перпендикуляръ СD до пересъченія съ полуокружностью въ точкъ D. На прямой CD. какъ на діаметръ, описана окружность, къ которой проведены изъточекъ А и В двъ касательныя, касающіяся окружности соотвътственно въ точкахъ Е и F, и пересъкающіяся при продолженіи въ точкъ Н. Опредълить длину отръзка НЕ=HF.

— Н. Николаевъ (Пенза).

№ 7. Показать, что во всякомъ правильномъ 3m-угольникъ разность между m-ой и (m-2)-ой діагоналями равняется сторонъ, разность между (m+1)-ой и (m-3)-ей діагоналями равняется 1-ой діагонали, разность между (m+2)-ой и (m-4)-ой діагоналями равняется 2-ой діаг. и т. д., а (m-1)-ая діагональ равна сторонъ правильнаго треугольника, вписаннаго въ тотъ-же кругъ, въ который можетъ быть вписанъ и данный 3m-угольникъ.

П. Свъшниковъ (Троицкъ).

NB. Эта задача представляеть обобщение задачи № 470 (см. "Въстникъ" № 70, стр. 214, сем. VI).

- 1. Катеты ВА, СА прямоугольнаго треугольника АВС продолжены по порядку, такъ, что АС, —АС и АВ, —АВ; точки В, и С, соединены прямой. Пусть АМ медіана и АН высота треугольника АВС; усмотръть слъдующія свойства составленной фигуры:
- а) Продолженіе AH_1 медіаны MA служить высотой треугольнику AB_1C_1 , и продолженіе AM_1 высоты HA_1 служить медіаной треугольнику AB_1C_1 ; другими словами: каждая изъ группъ точекъ: M, A, H_1 ; H, A, M_1 —лежить на прямой.
- b) Точки: М, Н, Н₁, М₁ лежатъ на окружности; центръ К этой окружности есть средина отръзка ММ₁.
- 2. Пусть прямая, нараллельная B_1C_1 , встръчаеть, по порядку, въточкахъ B_2 , C_2 продолженные катеты CA, BA. Сохранятся ли относительно подобныхъ треугольниковъ AB_2C_2 , ABC, свойства, указанныя относительно равныхъ треугольниковъ AB_1C_1 , ABC?
- 3. Въ окружность О (т. е. въ окружность, центръ которой точка О) внисанъ четыреугольникъ ВСДЕ, діагонали ВД и СЕ пересъкаются подъ прямымъ угломъ въ точкъ А; точка А соединена съ срединами М₁, М₂, М₃, М₄ сторонъ четыреугольника, точка А проектирована на стороны четыреугольника: Н₁, Н₂, Н₃, Н₄, —эти проекціи. Доказать, что: 1) всъ восемь точекъ: М₁, М₂, М₃, М₄, Н₁, Н₂, Н₃, Н₄ лежатъ на одной окружности; 2) центръ К этой окружности совпадаетъ съ срединою отръзка ОА.
- 4. Если соединить последовательно точки H_1 , H_2 , H_3 , H_4 предыдущей фигуры, то получится четыреугольникъ $H_1H_2H_3H_4$. Доказать, что прямыя: AH_1 , AH_2 , AH_3 , AH_4 делять пополамь углы этого четыреугольникъ $H_1H_2H_3H_4$ можеть быть вписана окружность, центръ которой совпадаетъ съ точкой A.
- 5. На сторонахъ прямоугольнаго треугольника АВС, гипотенуза котораго ВС, построены квадраты: ВСDE, САГО, АВНN; точки: К₁, К₂, К₃—центры этихъ квадратовъ; усмотръть слъдующее:
 - а) Точки: G, К2, А, К3, Н лежатъ на одной прямой;

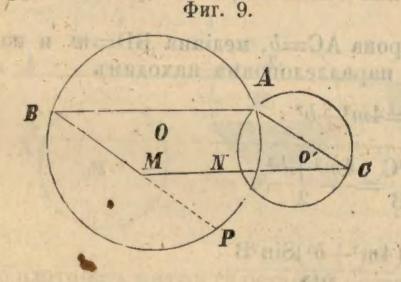
- b) точки: A, B, K, C лежать на одной окружности;
 - с) прямая АК, перпендикулярна къ прямой К2К2;
 - d) прямая АК, равна прямой К₂К₃;
- е) продолженіе прямой АК, проходить чрезь точку L пересвченія прямыхь: DL, EL, изъ которыхъ первая парадлельна катету АВ, вторая—катету АС.
- 6. Если соединить прямой точки F и N предыдущей фигуры, то можно усмотръть на ней четыре совмъстимыхъ четыреугольника; требуется указать ихъ и спрашивается, нельзя ли непосредственно воспользоваться составленной фигурой для доказательства того извъстнаго предложенія, что квадрать, построенный на гипотенузъ прямоугольнаго треугольника, равномъренъ суммъ квадратовъ, построенныхъ на его катетахъ?

 А. Гольденбергъ (Спб.)*).

РЪШЕНІЯ ЗАДАЧЪ.

№ 411. Въ точкъ пересъченія А двухъ данныхъ окружностей помъщена вершина даннаго угла, стороны котораго пересъкаютъ окружности соотвътственно въ точкахъ В и С. На АВ и АС построенъ параллелограмъ, четвертая вершина котораго есть М. Найти геометрическое мъсто точки М при вращеніи параллелограма съ постояннымъ угломъ А около вершины А.

Разсмотримъ параллелограмъ въ положении ABCM (фиг. 9). Стороны ВМ и СМ будутъ пересъкать окружности въ постоянныхъ точкахъ



Ри N, потому что дуги AP и AN постоянныя, такъ какъ на нихъ опираются вписанные углы ABM и ACN, изъкоторыхъкаждый равенъ 180°— ∠А. Уголъ при вершинъ М = ∠А и стороны его, при вращеніи параллелограма около А должны проходить черезъ двъ постоянныя точки N и P. Слъдовательно геометрическимъ мъстомъ вершины М будетъ окружность, проходящая черезъ точки N и P, дуга ко-

торой, расположенная по другую сторону прямой NP относительно точки A, должна вмъщать уголъ= $\angle A$.

H. Николаевт (Пенза), П. Свышниковт (Троицкъ). Ученикъ Сарат. р. уч. (5) С. Ш.

№ 438. Выражение

$$A = \frac{\sin x + \sin 3x + \sin 5x + \dots + \sin (2n+1)x}{\cos x + \cos 3x + \cos 5x + \dots + \cos (2n+1)x}$$

^{*)} Перепечатано изъ "Педаг. Сборн." (за 1889 г.) съ разрѣшенія автора.

гдъ и есть какое нибудь цълое число, представить въ видъ удобномъ для логариемированія.

Разсмотримъ отдёльно числитель и знаменатель даннаго выраженія.

Извъстно, что

$$2\operatorname{Sin} x.\operatorname{Sin}(2k+1)x = \operatorname{Cos} 2kx - \operatorname{Cos} 2(k+1)x;$$

подагая здёсь k послёдовательно равнымъ $0, 1, 2, \ldots, n$ и складывая полученныя равенства, найдемъ:

 $2\sin x[\sin x + \sin 3x + \dots + \sin (2n+1)x] = 1 - \cos 2(n+1)x,$

отсюда

$$\sin x + \sin 3x + \dots + \sin(2n+1)x = \frac{2\sin^2(n+1)x}{2\sin x}$$

Примъняя подобный же пріемъ къ формуль :

 $2\operatorname{Sin} x.\operatorname{Cos}(2k+1)x = \operatorname{Sin} 2(k+1)x - \operatorname{Sin} 2kx$

получимъ

$$\cos x + \cos 3x + \dots + \cos(2n+1)x = \frac{\sin 2(n+1)x}{2\sin x}.$$

Савдовательно

$$A = \frac{\frac{2\operatorname{Sin}^{2}(n+1)x}{2\operatorname{Sin}x}}{\frac{\operatorname{Sin}^{2}(n+1)x}{2\operatorname{Sin}x}} = \operatorname{tg}(n+1)x.$$

С. Блажко (Москва). Ученики: 1-й Спб. г. (8) А. К., Могил. г. (8) Я. Э.

№ 474. Ръшить треугольникъ, зная основаніе, медіану его и противолежащій уголъ.

Пусть въ треугольникъ ABC сторона AC=b, медіана BD=m и извъстенъ уголъ В. Дополняя △-къ до параллелограма находимъ

 $2AB^2 + 2BC^2 = 4m^2 + b^2$

DA-W DA

$$\frac{b^{2}\sin^{2}A}{\sin^{2}B} + \frac{b^{2}\sin^{2}C}{\sin^{2}B} = \frac{4m^{2} + b^{2}}{2}.$$

Отсюда

$$\sin^2 A + \sin^2 C = \frac{(4m^2 + b^2)\sin^2 B}{2b^2}$$
.

Присоединяя къ этому уравненію еще уравненіе А+С=180°-В,

опредълимъ углы. Дальнъйшее ръшеніе очевидно.

H. Николаевъ (Пенза), П. Севышниковъ (Троицкъ), Н. Пастуковъ (Пермъ). Ученикъ Мог.-Под. р. уч. (5) Н. Т.

Редакторъ-Издатель Э. К. Шпачинскій.